La méthode Promethee-Gaia d'aide multicritère à la décision

Les midis de la science

Patrick Meyer

Structure de l'exposé

Introduction

Construction des critères
- Famille cohérente de critères
- Construction d'une famille cohérente de critères

Promethee
- Déroulement
- La méthode
- A vous de jouer

Vue générale

Objectifs:
- Construire un rangement sur les alternatives (γ)
- Visualiser la structure du problème dans un plan synthétique

Information à fournir:
- Alternatives, critères
- Evaluation des alternatives sur les critères
- Fonctions critères
- Poids des critères

Type de méthode:
- Comparaison des alternatives paire par paire sur chaque critère
- $\longrightarrow$ Ecole française

Modélisation de $\mathcal{A}$ dans l'espace des critères

La modélisation multicritère des *préférences* consiste à construire n ($n \geq 2$) fonctions critères $(g_1, \ldots, g_n)$

Chacun des critères traduit les préférences du décideur

Une alternative $a \in \mathcal{A}$ est donc représentée par un vecteur de performance $(g_1(a), g_2(a), \ldots, g_n(a))$

Famille cohérente de critères

Pour que la famille de critères $\mathcal{C}$ constitue une base solide sur laquelle modéliser les préférences du décideur, $\mathcal{C}$ doit vérifier 3 axiomes:

- Exhaustivité
- Cohésion
- Non-redondance

Axiomes

Exhaustivité

$\mathcal{C}$ doit être suffisante pour comparer tout couple d'alternatives $(a, b) \in \mathcal{A}$ sans perte de signification

Si cet axiome est vérifié, 2 alternatives ayant même vecteur de preformances sont nécessairement indifférents

Cohésion

Il doit existger une cohérence minimale entre les préférences sur chaque critère et les préférences globales

Si a est préféré à b sur chaque critère de $\mathcal{C}$ alors a doit être globalement préféré à b

Axiomes

Non-redondance

La suppression d'un critère de $\mathcal{C}$ conduit à remettre en cause un des deux axiomes précédents

En pratique il est délicat de vérifier ces trois axiomes

Construction

Construire une famille de critères $\mathcal{C}$ consiste à définir n critères qui transcrivent les différents aspects de la décision jugés pertinents par les acteurs du processus

La famille de critères doit être **lisible** (en général $n = 7 \pm 2$)

$\mathcal{C}$ doit être **opérationnelle** ($g_j(a)$ est défini de façon simple et non ambigüe)

$\mathcal{C}$ doit être **acceptée** et **comprise** par tous les acteurs

Pas de technique "générique" pour construire $\mathcal{C}$

Forte **interaction** avec le / les décideur(s)

$\pm 75\%$ de l'activité d'aide à la décision

Déroulement général de la procédure

Discussion avec le / les décideur(s) en vue de

Délimiter l'ensemble des alternatives
Etudier les critères à prendre en considération (construction de $\mathcal{C}$)
Etudier de l'**indépendance préférentielle** des critères

Mise en place du modèle de décision Promethee

Elicitation des poids des critères
Etude de la proposition de rangement et *boucle*
Stabilité de la proposition

Les grandes lignes de la méthode

Comparaison des alternatives paire par paire pour chaque critère

Création d'un **indice de préférence agrégé** π pour chaque paire d'actions (degré selon lequel a est préféré à b)

Calcul des flots de surclassement (puissance et faiblesse d'une action par rapport à toutes les autres actions)

Création des rangements

Analyse visuelle dans le plan Gaia

Comparaisons par paires

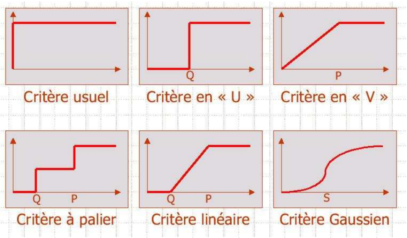
Pour chaque critère g_j une discussion avec le / les décideur(s) doit permettre de déterminer

- Une fonction de préférence P_j
- Un poids w_j

La fonction de préférence P_j modélise les **différences** entre les valeurs des alternatives pour un critère j donné

w_j représente le poids qui est accordé au critère j dans la décision

Les fonctions de préférence



Degré de préférence multicritère de a sur b

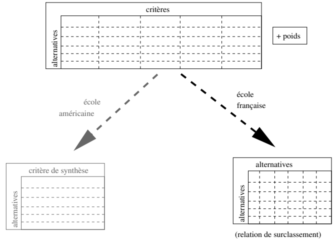
$$\pi(a,b) = \sum_{j=1}^{k} P_j(a,b) \cdot w_j$$

$\pi(a,b)$ représente le degré global selon lequel a est préféré à b

Si $\pi(a,b)$ est proche de 0, a est peu préféré à b

Si $\pi(a,b)$ est proche de 1, a est fortement préféré à b

Rappel



Flots de surclassement

En vue d'un rangement, chaque alternative doit maintenant être comparée aux autres alternatives

On définit:

Flot de surclassement positif

$\phi^+(a) = \frac{1}{n-1} \sum_{x \in A} \pi(a,x)$

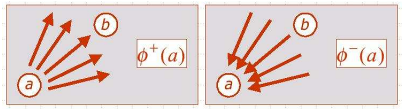
Puissance d'une alternative par rapport à toutes les autres

Flot de surclassement négatif

$\phi^-(a) = \frac{1}{n-1} \sum_{x \in A} \pi(x,a)$

Faiblesse d'une alternative par rapport à toutes les autres

Flots de surclassement



Rangements

2 rangements: partiel (I) & total (II)

PROMETHEE I: ordre partiel = intersection des flux positifs & négatifs

$$\begin{cases} aP^I b \iff \begin{cases} \phi^+(a) > \phi^+(b) \text{ and } \phi^-(a) < \phi^-(b) \\ \phi^+(a) = \phi^+(b) \text{ and } \phi^-(a) < \phi^-(b) \\ \phi^+(a) > \phi^+(b) \text{ and } \phi^-(a) = \phi^-(b) \end{cases} \\ aI^I b \iff \phi^+(a) = \phi^+(b) \text{ and } \phi^-(a) = \phi^-(b) \\ aR^I b \text{ otherwise} \end{cases}$$

P^I: préférence, I^I: indifférence, R^I: incomparabilité

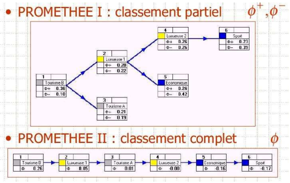
Rangements

PROMETHEE II: ordre total = déduit du flux net $\phi(a) = \phi^+(a) - \phi^-(a)$:

$$\begin{cases} aP^{II} b \iff \phi(a) > \phi(b) \\ aI^{II} b \iff \phi(a) = \phi(b) \end{cases}$$

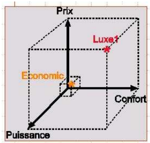
Résultat

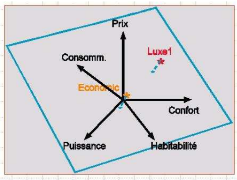
2 rangements:



Le plan Gaia

Représentation de l'information (critères, alternatives) dans un plan commun (similairement à l'ACP, en minimisant l'information perdue)

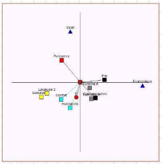




Utilité du plan Gaia

Repérer les **critères conflictuels**
Repérer de **bons compromis**
Faciliter la **compréhension du problème**

Explications:
Alternatives: points; Critères: axes; Décision: axe pi



Analyses supplémentaires

Stabilité du rangement par rapport à des variations minimes des poids

Analyse multicritère à plusieurs scénarios

Comparaison des actions "graphiquement" (profils)

Modification des poids et mise à jour des rangements en temps réel

$\longrightarrow$ Analyse de sensibilité facilitée

Demo logiciel Decision Lab 2000

Vous êtes les décideurs...