

Introduction à l'aide multicritère à la décision

Les midis de la science

Patrick Meyer

Structure de l'exposé

Introduction

Un petit exemple pour commencer
Historique

La théorie

Généralités
Relation de dominance et efficacité
Vers une méthode d'aide multicritère à la décision

L'existant

La recherche

Qu'est-ce que l'aide multicritère à la décision?

Branche de la Recherche Opérationnelle (**RO**)

[Roy, 1992]:

Chercher à prendre appui sur la science pour éclairer des décisions de nature managériale et pour conduire les processus de décision dans les systèmes organisés.

Moins rigoureusement:

Analyser un problème de décision complexe de manière scientifique et apporter une aide dans le processus de décision

Concepts clés

Décrire la réalité

Comprendre la réalité

Gérer la réalité

Différentes possibilités de décisions

Comment les comparer?

Préférences

Objectifs

Quelques problèmes de décision et d'évaluation

Choisir le lieu d'implantation d'une usine, d'un magasin, d'un hôpital, ...

Engager du personnel, évaluer le personnel

Gérer des stocks

Evaluer la qualité de fournisseurs

Evaluer divers projets d'investissement

...

Notions de processus décisionnel

Décision \neq phénomène instantané

Décision *finale* = résultat d'un ensemble de *temps forts*

Temps fort = période d'un processus marquant une rupture par rapport à la période antérieure:

- ▶ événement extérieur,
- ▶ apparition d'un intervenant,
- ▶ décision intermédiaire,
- ▶ modification du problème de décision

Un processus de décision est marqué par

- ▶ une séquence de temps forts,
- ▶ l'élaboration progressive d'options, de fragments de décision,
- ▶ ...

Exemple du père de famille

Contexte: Une famille (père, mère, 2 enfants) a la volonté de changer de voiture, jugée trop vieille

Objectifs du père:

Transporter la famille chaque semaine dans la résidence secondaire en toute *sécurité* + un long voyage par an

Ne pas dépasser un *budget* x

⇒ élimination de modèles trop cher, trop peu sûrs, et sélection d'un ensemble de modèles

Discussion avec son épouse:

Retrait d'un modèle inadapté pour faire les courses

Retrait d'un modèle jugé horrible

Ajout d'un modèle oublié

Exemple du père de famille

La fille voudrait le modèle a_3 que possède le père de sa meilleure amie

Le père concentre son attention sur le *confort*, le *prix* et la *consommation*:

Il juge a_1 la meilleure, puis a_2 , puis a_3

Les 3 autres jugent a_1 inesthétique et pas assez spacieuse

Le prix de a_2 étant inférieur à x le père accepte ce choix

Le fils découvre un nouveau modèle a_n rassemblant les avantages de a_1 et a_2

Le prix est encore inconnu mais risque de dépasser x

Cependant, a_n consomme peu et a des attraits du point de vue sécurité

Exemple du père de famille

Décision intermédiaire:

La famille décide de garder le vieux modèle en attendant d'obtenir le prix de a_n

Aide à la décision

L'aide à la décision prend appui sur des **modèles** pour aider un **acteur** intervenant dans un processus de décision à obtenir des éléments de réponse aux questions qu'il se pose

L'aide à la décision conduit cet acteur à **accroître la cohérence** entre son système de valeurs et l'évolution du processus de décision

L'aide à la décision peut aboutir à une **prescription** dont le but n'est pas de se substituer à la décision

Le problème de l'achat d'une voiture

Parc automobile vaste et très varié



La position de l'acheteur

L'acheteur désire acquérir une voiture qui est:

- économique à l'achat (**prix**)
- économique à l'usage (**consommation**)
- performante (**accélération**)
- confortable (**confort**)



Le tableau d'évaluation

Voiture	Prix EUR	Consommation (l/100km)	Accélération 0-100 km/h (s)	Confort (0-10)
Moyenne A	15,000	9	10	6
Sport	25,000	12	5	1
Moyenne B	17,000	7	9	7
Luxe 1	28,000	10	12	9
Economique	10,000	9	10	4
Luxe 2	33,000	15	8	10

Les meilleures évaluations?

Les pires évaluations?

Quel est le meilleur compromis?

Le meilleur compromis dépend du profil de l'acheteur



Acheteur S ayant une affinité pour des voitures sportives:

1. Accélération
2. Prix
3. Consommation
4. Confort



Acheteur F ayant une affinité pour des voitures familiales:

1. Confort
2. Prix
3. Consommation
4. Accélération

Les préférences des acheteurs conduisent à des résultats différents

Voiture	Prix EUR	Consommation (l/100km)	Accélération 0-100 km/h (s)	Confort (0-10)
Moyenne A	15,000	9	10	6
Sport	25,000	12	5	1
Moyenne B	17,000	7	9	7
Luxe 1	28,000	10	12	9
Economique	10,000	9	10	4
Luxe 2	33,000	15	8	10

Résultat de la procédure d'aide à la décision multicritère:

Choix d'un système de poids sur les critères satisfaisant \mathcal{S} :
Moyenne B \succ Sport \succ Economique \succ Moyenne A \succ Luxe 2 \succ Luxe 1

Choix d'un système de poids sur les critères satisfaisant \mathcal{F} :
Economique \succ Moyenne A \succ Sport \succ Moyenne B \succ Luxe 1 \succ Luxe 2

Approche monocritère

Traditionnellement en RO:

Modèles postulant l'existence d'une fonction objectif unique (approche monocritère)

Optimiser $\{g(a) | a \in \mathcal{A}\}$

Ex: Minimiser les pertes, maximiser le bénéfice, minimiser les coûts, ...

\Rightarrow obtention d'un problème mathématique bien défini

\Rightarrow solution optimale (entièrement définie par la formulation du problème)

De l'approche monocritère vers l'approche multicritère

Le monde réel est de nature *multidimensionnelle*

Il paraît naturel que différents points de vue soient pris en considération en vue d'aider (ou de motiver) la prise de décision

Optimiser $\{g_1(a), g_2(a), g_3(a), \dots, g_n(a) \mid a \in \mathcal{A}\}$

Cependant: Mathématiquement mal posé
La solution optimale n'existe pas nécessairement

Mais: Economiquement bien posé
Meilleure représentation du problème réel
Recherche d'un compromis

Sur quoi travaille-t-on?

Des objets:

\mathcal{A} est un ensemble fini d'alternatives (actions envisageables, admissibles)

Ex: \mathcal{A} = ensemble de voitures, \mathcal{A} = ensemble d'étudiants, ...

Des objets décrits par plusieurs critères:

\mathcal{C} est un ensemble fini de critères sur lesquels chaque alternative est évaluée (généralement conflictuels)

Ex: $\mathcal{C} = \{\text{prix, couleur, confort, sécurité}\}$, $\mathcal{C} = \{\text{Maths, Anglais, Philo}\}$

Aspects théoriques

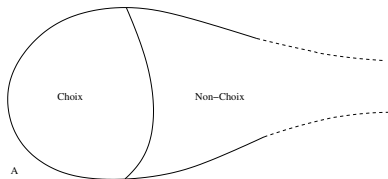
3 principales problématiques de référence:

$P.\alpha$ **Choix:** Sélection d'une action
Ex: Sélection d'un candidat pour un poste dans une entreprise

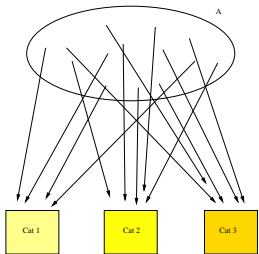
$P.\beta$ **Tri:** Affectation de chaque action à une catégorie
Ex: Affectation d'étudiants à des catégories de grades

$P.\gamma$ **Rangement:** Rangement des actions de la *meilleure* à la plus *mauvaise*
Ex: Rangement de sites d'implantation d'une usine chimique du meilleur au pire

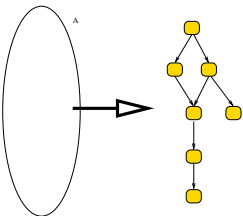
Le choix



Le tri



Le rangement



A la recherche d'une façon de comparer les alternatives

Principe d'unanimité (dominance)

$$a \text{ domine } b \iff g_i(a) \geq g_i(b) \quad \forall i \in C$$

Υ : "n'est pas moins bon que"

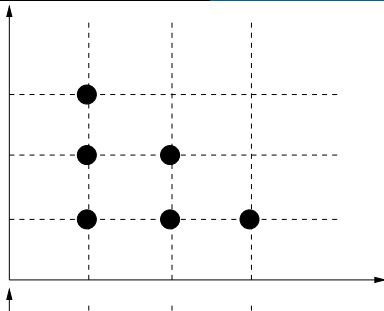
$g_i(a)$: évaluation de $a \in A$ sur le i^{e} critère

Principe d'efficacité

a est efficace si a n'est dominé par aucune autre alternative

Un modèle construit uniquement sur la dominance est un modèle pauvre (car peu de relations entre les objets)

Un modèle construit uniquement sur la caractéristique d'efficacité est aussi pauvre (car beaucoup d'alternatives efficaces)



Problèmes liés à la dominance / efficacité

	g_1	g_2
a	100	100
b	20	30

a domine b
a efficace
a est préféré à b

	g_1	g_2
a	100	30
b	25	100

a et b efficaces
a et b incomparables

	g_1	g_2
a	100	99
b	20	100

a et b efficaces
a est préféré à b

	g_1	g_2
a	100	99
b	99	100

a et b efficaces
a indifférent à b

	g_1	g_2
a	100	100
b	99	99

a domine b
a efficace
a indifférent à b

La somme pondérée: prérequis

Etape essentielle: travailler sur des échelles commensurables

Valeur globale (agrégée) de a:

$$SP(a) = p_1 \cdot g_1(a) + \dots + p_n \cdot g_n(a)$$

On dira que:

a est préféré à b si $SP(a) > SP(b)$

a est indifférent de b si $SP(a) = SP(b)$

La somme pondérée: une approche souvent utilisée

Objectif: Rangement des alternatives

Le tableau d'évaluation

$\mathcal{A} \setminus C$	g_1	...	g_n
a	$g_1(a)$...	$g_n(a)$
...
m	$g_1(m)$...	$g_n(m)$
Poids	p_1	...	p_n

Par exemple

\mathcal{A} = ensemble d'étudiants

$C = \{\text{Mathématiques, Economie, Informatique}\}$

Exemple 1

$\mathcal{A} \setminus C$	g_1	g_2	g_3
a	90	90	60
b	60	60	90
Poids	1/3	1/3	1/3

$$SP(a) = 1/3 \cdot 90 + 1/3 \cdot 90 + 1/3 \cdot 60 = 80$$

$$SP(b) = 1/3 \cdot 60 + 1/3 \cdot 60 + 1/3 \cdot 90 = 70$$

→ Compensation des points faibles par les points forts!!

Exemple 2

$\mathcal{A} \setminus \mathcal{C}$	g_1	g_2
a	100	0
b	0	100
c	50	50
Poids	1/2	1/2

$$SP(a) = SP(b) = SP(c) = 50$$

→ Elimination des conflits!!

Remarques:

Nécessité de ramener les critères à une échelle commune

Problèmes en cas de critères dont les valeurs sont purement ordinales (grand > moyen > petit)

Signification des poids

Influence des poids / de la définition des échelles sur le rangement final

Aller au-delà de la somme pondérée

Inclure des informations du domaine d'expertise du décideur

- ▶ seuils d'indifférence
- ▶ seuils de préférence
- ▶ ...

Effectuer des analyses de sensibilité sur les résultats

...

Les caractéristiques souhaitées

Prise en compte de l'amplitude des **écarts** entre évaluations

Construire un rangement partiel ou complet des alternatives / proposition d'un choix / tri des alternatives

Rester simple et facilement compréhensible:

- ▶ ≠ boîte noire
- ▶ pas ou peu de paramètres difficiles à fixer par l'utilisateur
- ▶ possibilité d'effectuer des analyses de stabilité a posteriori

Le processus d'aide à la décision

Dialogue permanent entre divers acteurs

Décideur
Analyste de l'aide multicritère à la décision
Experts du domaine de la problématique
...

Préparation de l'analyse:

Déterminer les alternatives
Déterminer les critères
...

Suivant les méthodes:

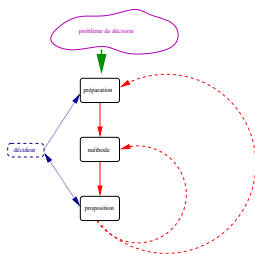
Déterminer des seuils d'indifférence, de préférence
Déterminer les poids des critères
Eliciter des prototypes
...

Le processus d'aide à la décision

La sortie d'une méthode n'est qu'une proposition

Analyse de la proposition
Stabilité de la proposition
Si le décideur n'est pas satisfait: boucle sur l'analyse

Le processus d'aide à la décision (simplifié)



Deux grands courants de méthodes

Synthèse par un **critère unique** (incomparabilité exclue)
Ecole américaine

Synthèse par une **relation de surclassement** (incomparabilité permise)
Ecole européenne ou française

Ce que ces deux courants ont en commun:
Les préférences locales (par critère) sont introduites a priori

Deux grands courants de méthodes

Là où les deux courants divergent:

Ecole américaine

Les préférences locales sont agrégées en une fonction globale qui est optimisée par la suite

Modélisation des préférences locales

Type de fonction d'agrégation

Exploitation du critère de synthèse en vue d'un rangement, choix, tri

...

Ecole française

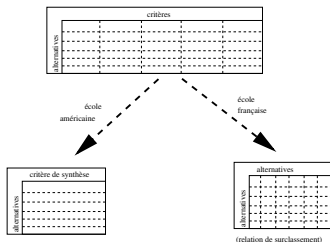
Construction d'une relation binaire (entre paires d'alternatives) représentant les préférences du décideur

Elicitations de seuils de préférence, d'indifférence

Exploitation de la relation binaire (de surclassement) en vue d'un rangement, choix, tri

...

Deux grands courants de méthodes



Et la recherche?

Recherche fondamentale

Modélisation, outils, ...

Recherche méthodologique (élaboration de nouvelles méthodes)

Mise en pratique de la recherche fondamentale

Développement de logiciels

Implémentation de méthodes d'aide à la décision

Application à des problèmes concrets

Domaines: économie, management, écologie, militaire, ...

Des questions?